Devoir à la maison n° 1

Exercice 1

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = 5 \quad \text{et, pour tout entier } \ n \geqslant 1,\ u_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right) u_{n-1} + \frac{6}{n}$$

1.(a) Calculer u_1.

(b) Les valeurs de $u_2,\ u_3,\ u_4,\ u_5,\ u_6,\ u_7,\ u_8,\ u_9,\ u_{10},\ u_{11}$ sont respectivement égales à :

45, 77, 117, 165, 221, 285, 357, 437, 525, 621.

À partir de ces données conjecturer la nature de la suite $(d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $d_n = u_{n+1} - u_n$.

2. On considère la suite arithmétique $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de raison 8 et de premier terme $v_0 = 16$.

Justifier que la somme des n premiers termes de cette suite est égale à

$$4n^2 + 12n$$

3. On admet que : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = 4n^2 + 12n + 5$

Valider la conjecture émise à la question **1. b.**

Exercice 2

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = \dfrac{1}{8}$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = u_n(2 - u_n)$$

1.(a) Calculer u_1 et u_2.

(b) Dans un repère orthonormal, sur l'intervalle $[0;2]$, on a tracé en annexe (page 3 à rendre avec la copie) la droite (D) d'équation $y = x$ et la courbe (P) représentative de la fonction f définie par $f(x) = x(2 - x)$.
Utiliser (D) et (P) pour construire sur l'axe des abscisses les points A_1, A_2 et A_3 d'abscisses respectives u_1, u_2 et u_3.

(c) On admet que pour tout entier naturel n, $0 < u_n < 1$.
Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante sur $\mathbb{N}$.

2. On considère la suite numérique $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$v_n = 1 - u_n$$

(a) Exprimer, pour tout entier naturel n, v_{n+1} en fonction de v_n .

(b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n.

NOMS Prénoms des élèves du groupe :

-
-

	Exercice 1	Exercice 2	Soin
Total	8	10	2

ANNEXE EXERCICE 2